

Conseils aux préparateurs : Mathématiques

Une des principales difficultés pour les élèves arrivant en prépa est de NE PLUS AVOIR DROIT À LA CALCULATRICE alors que les calculs lors des épreuves sont techniques et le nombre de formules à connaître important. Il est **nécessaire** de travailler le calcul dès que possible, car :

- le programme d'ECE est chargé et plus l'année scolaire avancera, plus il sera difficile d'avoir du temps à y consacrer.
- les faiblesses en calcul peuvent freiner l'assimilation de nouveaux concepts ainsi que les progrès à l'écrit (blocage sur des calculs basiques). A l'inverse, de l'aisance en calcul permet d'être plus serein en devoir et plus à l'aise pour comprendre le cours.

L'apprentissage des formules est tout aussi indispensable :

- les points faciles à l'écrit sont sur les questions de cours reposant sur une formule.
- il y aura beaucoup de formules nouvelles à connaître. Autant démarrer l'année en connaissant celles vues au lycée pour s'éviter d'avoir le double de travail et pour améliorer la compréhension du cours.

En résumé, pour aborder la prépa dans les meilleures conditions, réviser les connaissances du lycée mais surtout revoir les règles de calcul même les plus élémentaires (fractions, puissances, racines, manipulation d'exponentielles et de logarithme) et plus si affinités (factorisation, résolution d'équations et d'inéquations. ...) Cela permettra d'éviter de se trouver en difficulté par méconnaissance et non maîtrise des fondamentaux.

Le but n'est pas de décourager, bien au contraire. Il vaut mieux prendre conscience de ses éventuelles difficultés rapidement, et travailler dessus, c'est le meilleur moyen de réussir...

Je vous invite à aller sur le site unimath.fr qui permettra de vous entraîner de manière ludique. Vous pouvez aussi tester l'application Revismath.fr. Il ne faut pas hésiter à travailler des exercices de seconde. Concernant ceux de terminale spécialité maths, beaucoup d'exercices sont quand même accessibles pour les mathématiques complémentaires (les programmes en maths ont des bases communes). Un entraînement régulier permettra de progresser rapidement donc de pouvoir suivre et mener des raisonnements plus complexes au cours de l'année prochaine.

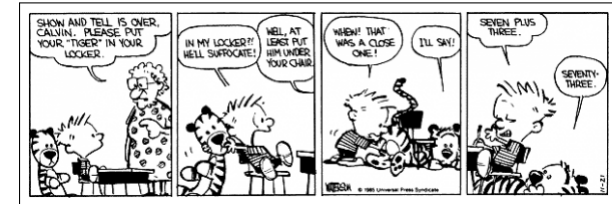
Une série de rappels accompagnés d'exercices va suivre. A la fin du document, une grille d'évaluation est proposée, à remplir vous même, puis à me renvoyer, par mail de préférence. Le seul objectif est de mieux connaître votre niveau. Par conséquent, personne ne sera pénalisé parce qu'il a fait beaucoup d'erreurs, ni parce qu'il n'a pas tout fait pour la rentrée, ni même parce qu'il n'a rien rendu. Il vaut mieux un élève qui rend un travail personnel quelques jours après la rentrée plutôt que quelqu'un qui rend un travail en se faisant aider ou en copiant. Penser à noter le temps passé sur chaque test en ne dépassant pas trop le temps maximal indiqué dans les énoncés (et noté TM). Enfin, tout doit, bien sûr, être fait sans calculatrice!

Bon courage, bonnes vacances à tous et on se retrouve à la rentrée!

Julie Champion

✉ champion.julie@orange.fr
<https://sites.google.com/view/ecg1maths>

Chapitre 0 : Démarrage



Introduction : Dans ce premier chapitre, nous allons donc reprendre et approfondir les bases du calcul et revoir les principales formules de calcul littéral vues au lycée.

Un peu d'histoire : C'est vers le XVI^e siècle que l'on voit avec le calcul algébrique, apparaître les mathématiques « modernes ». Auparavant il n'était pratiqué que le calcul numérique ou l'algèbre chaloupée (écrite en langue commune). Le calcul algébrique combine lettres et nombres, et des opérations. La grande différence entre le calcul numérique et le calcul algébrique est que le premier a pour but de ne donner qu'un résultat particulier alors que le second - bien qu'incluant le premier - permet de prouver une théorie, de démontrer ou de définir des lois de manière plus générale. Euclide dans les livres arithmétiques des *Éléments* d'Euclide (VII à IX) utilise fréquemment des valeurs numériques particulières qui ont valeur de généralité.



EUCLIDE
- 300 AVT J.C. -

Objectifs :

- Revoir les règles de calcul numérique et savoir présenter un résultat mathématique.
- Revoir les règles et formules du calcul littéral.

Plan :

- I. Un peu de calcul numérique
- II. Quelques rappels de calcul littéral.

I. Un peu de calcul numérique

Présentation des calculs

- On peut effectuer un calcul en ligne. En revanche en cas de retour à ligne, on continue le calcul en colonne en alignant les = au dernier = de la première ligne.
- Éviter de couper un calcul en changeant de page (pas de signe = sans calcul à gauche). Si on ne peut pas faire autrement, nommer la quantité à calculer (A , B , ...) si elle ne l'est pas déjà et reprendre le calcul en commençant par $A = \dots$

1) Les quatre opérations de base

Il faut connaître ses tables de multiplication, savoir **poser**, si besoin, une addition, une soustraction, une multiplication ou bien une division.

 **Test 1.** Calculer $A = 512 - 378$, $B = 13 \times 28$ et $C = 4275 \div 5$ ($T_M = 7 \text{ min}$)

2) Priorités de calcul

Par ordre **décroissant** de priorité, on a:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. les calculs dans les parenthèses, | 3. les multiplications et les divisions, |
| 2. les puissances, | 4. les additions et les soustractions. |

 **Test 2.**

- Calculer $D = 13 - 13 \times 4 + (-5^2)$ ($T_M = 2 \text{ min}$)
- changer **uniquement** les parenthèses afin que l'expression ci-dessus soit égale à :
a. -14 b. -25 c. 286 ($T_M = 5 \text{ min}$)

Remarque. Les éléments avec lesquels on effectue une opération sont les **termes** de l'opération. Dans un produit, on parle de **facteurs**.

Exemple 1 : $5xy - (5 - 2y)x$ est constituée de deux termes (qui sont soustraits), le premier composé de trois facteurs (5, x et y), le second de deux ($(5 - 2y)$ et x). Le facteur $(5 - 2y)$ est lui même composé de deux termes, le premier avec un facteur, le second deux.

 Certaines parenthèses sont implicites (sous-entendues et n'apparaissent donc pas dans l'expression à calculer). C'est notamment le cas dans les fractions.

3) Rappels sur les fractions

Calculs avec des fractions

Soient a, b, c, d, k des nombres réels. Lorsque les dénominateurs sont non nuls:

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $\frac{a}{1} = a$ | 4. $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ | 7. $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ |
| 2. $\frac{ak}{bk} = \frac{a}{b}$ | 5. $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ | 8. $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$ |
| 3. $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ | 6. $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ | 9. $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$ |

Présentation du résultat

On cherchera toujours à écrire une fraction sous forme **irréductible** (numérateur et dénominateur n'ayant pas de facteurs communs autres que 1 et -1).



Les traits de fractions **principaux** et les signes $=$ doivent être au même niveau. Cela permet notamment d'éviter la confusion entre $\frac{1}{\frac{b}{a}} = \frac{b}{a}$ et $\frac{\frac{1}{a}}{b} = \frac{1}{ab}$.

Remarque.

- Le 2. permet la simplification d'une fraction (mise sous forme irréductible) par recherche de facteur commun.
- Le 9. correspond à une mise au même dénominateur (pas toujours optimale).
- Les parenthèses sont implicites dans les fractions! En cas de doute, mieux vaut en ajouter autour des numérateurs et dénominateurs pour éviter les erreurs.

Exemple 2 : $\frac{x+5}{x+1} - \frac{x-5}{x+1} = \frac{10}{x+1}$ (et non pas 0).



Méthodo. Minimiser la difficulté des calculs de fractions

Le but est **d'optimiser** les calculs.

• Simplification

En général, commencer par simplifier les fractions présentes dans le calcul.



uniquement par des **facteurs communs** aux numérateur et dénominateur (aucun $+$ et $-$ dans la fraction sauf s'il y a des facteurs entre parenthèses).

• Somme de fractions: mise au même dénominateur

Le dénominateur commun optimal est le plus petit multiple (p.p.c.m) de tous les dénominateurs (mieux que de prendre le produit des dénominateurs (cf 9.) qui en est aussi un, mais parfois très grand). On peut éventuellement décomposer chacun des dénominateurs en **produit de facteurs premiers** pour le trouver.

Exemple 3 : Voici un exemple de ce qu'il ne faut pas faire, puis de ce qu'il faut faire. On considère l'expression: $A = \frac{7}{8} \times \frac{2}{14} + \frac{1}{12}$

• Couteux en calcul:

$$\begin{aligned} A &= \frac{7 \times 2}{8 \times 14} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{14}{112} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{14 \times 12 + 112}{112 \times 12} \\ &= \frac{168 + 112}{1344} \\ &= \frac{280}{1344} \end{aligned}$$

• Optimal:

$$\begin{aligned} A &= \frac{7}{8} \times \frac{2}{2 \times 7} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{8} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4} \\ &= \frac{3}{2 \times 3 \times 4} + \frac{2}{2 \times 3 \times 4} \\ &= \frac{5}{24} \end{aligned}$$

... qu'il faut ensuite simplifier!!



Test 3.

1. Mettre sous forme irréductible les fractions: $A = \frac{2}{3} + \frac{2}{6}$, $B = \frac{2}{3} \times \frac{6}{4}$, $C = \frac{3}{\frac{2}{15}}$, $D = \frac{3}{\frac{2}{5}}$.
2. Écrire $E = \frac{2}{9} - \frac{5}{6} + \frac{4}{15}$ et $F = \frac{\frac{7}{10} - \frac{2}{15}}{\frac{7}{10} + \frac{2}{15}}$ sous forme irréductible ($T_M = 12 \text{ min}$).

On peut utiliser les fractions pour effectuer des calculs avec des nombres décimaux:



Méthodo. Calculer avec des décimaux

1. Écrire les décimaux sous forme de fractions
2. Réduire les fractions.
3. Effectuer le calcul (résultat sous forme de fraction)

Exemple 4 : $0,45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ et $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$, donc $0,45 \times 0,75 = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{80}$.

Remarque. On peut aussi poser le calcul avec les entiers obtenus en décalant les virgules à droite, puis sur le résultat final, décaler la virgule à gauche en sommant les décalages effectués au départ.

Exemple 5 : $45 \times 75 = 3375$, donc $0,45 \times 0,75 = 0,3375$.



Test 4. Simplifier: $N = 100 \times 0,3 \times 0,7$ et $O = \frac{1-0,45}{0,45 \times 0,35}$ ($T_M = 8 \text{ min}$)

4) Rappels sur les puissances

Une puissance permet de raccourcir l'écriture d'un produit (comme le produit pour la somme). Ainsi, pour un nombre réel $a \neq 0$ et pour un entier $n \geq 1$, on a posé:

$$a^0 = 1, \quad a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}} \quad (\text{en particulier } a^1 = a) \quad \text{et} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

On a alors les règles de calcul suivantes:

Calculs avec des puissances

Soient a, b des réels non nuls et n, m des entiers relatifs. Alors:

1. $a^n a^m = a^{n+m}$
2. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
3. $(a^n)^m = a^{nm}$
4. $a^n b^n = (ab)^n$
5. $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Remarque.

1. Même si c'est un peu long, il ne faut pas hésiter à revenir à la définition d'une puissance, quitte à utiliser des pointillés. Les formules finiront ainsi par être comprises.
2. Les formules ci-dessus ne concernent que des produits et des quotients.



Test 5.

1. Que vaut 2^5 ? $2^4 \times 5^4$?
2. Écrire sous la forme $2^p \times 3^q$, avec p, q deux entiers à déterminer: $G = 4^3$, $H = 6^5$, $I = \frac{3}{2}$, $J = \frac{9}{8}$, $K = \left(\frac{3}{2}\right)^3$ (exemple: $108 = 2^2 \times 3^3$, donc $p = 2, q = 3$) ($T_M = 20 \text{ min}$)

5) Rappels sur les racines carrées

Avec les racines carrées, on entre un peu dans le calcul littéral, car on ne peut en général pas simplifier l'addition ou le produit d'une racine carrée avec un nombre entier.

Calculs avec des racines

Soient a et b des réels positifs. Alors:

1. $\sqrt{a^2} = a$
2. $(\sqrt{a})^2 = a$
3. $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$
4. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$



Il n'y a **AUCUNE** propriété pour les additions ou les soustractions.



Test 6. Que vaut $\sqrt{25 \times 16}$? $\frac{\sqrt{8}}{2}$?

Remarque. Lorsque a est strictement négatif, $(\sqrt{a})^2$ n'a aucun sens mais $\sqrt{a^2}$ en a un et on a $\sqrt{a^2} = -a$ (prendre un exemple avec $a = -1$ pour s'en convaincre).



Méthodo. Encadrer une racine carrée

1. Pour encadrer $\sqrt{a}$, il suffit d'encadrer a par deux carrés d'entiers consécutifs.

Exemple 6 : $\sqrt{13}$ se trouve entre 3 et 4, puisque $3^2 < 13 < 4^2$.



Test 7.

1. Encadrer par deux entiers consécutifs le nombre $\sqrt{31}$ ($T_M = 2 \text{ min}$)
2. Simplifier $Q = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2}$. ($T_M = 8 \text{ min}$)

Présentation du résultat

1. Toujours réduire au maximum la quantité sous la racine.
2. Dans le cas de fractions, éliminer les racines carrées au dénominateur. Si c'est:
 - une simple racine, la multiplier par elle même.
 - une somme de deux racines, la multiplier par sa quantité conjuguée (même expression, mais en ayant changé le signe entre les deux racines).

Exemple 7 : $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{6}{5}} = \frac{\sqrt{30}}{5}$, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{1}{1-\sqrt{2}} = -(1 + \sqrt{2})$.

II. Quelques rappels de calcul littéral

1) Techniques élémentaires de calcul

On est souvent amené à développer une expression (transformer un produit en somme) et encore plus régulièrement à factoriser (transformer une somme en produit).

Développer et factoriser

Pour tous réels a, b, c :

- Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition:

$$a(b + c) = ab + ac$$

- Identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



Test 8.

- Développer $A = (x - 3)^2$, $B = (x + 2)^2$, $C = (x + 2)(x - 2)$, $D = 3(x + 5)$.
- Factoriser $A = x + x^2$, $B = x^2 - 9$, $C = x^2 - 10x + 25$, $D = x^2 + 4x + 4$.



Méthodo. Factoriser ou développer que choisir?

- En premier lieu, identifier si une expression est sous forme développée ou factorisée (ou ni l'une ni l'autre, ou les deux).

Exemples : $A = 3xy$ est une forme factorisée qui ne peut être développée. En revanche, $B = x(x + 1) + (x + 1)$ n'est ni factorisée, ni développée complètement.

- En général, éviter de développer et chercher plutôt à factoriser.



ne pas oublier les parenthèses (risque d'erreurs de signes).



Test 9.

- Développer $R = x(2x + 5) - (2x + 1)(2x + 5)$ puis factoriser R ($T_M = 4 \text{ min}$).
- Factoriser $S = (2x + 5) - (2x + 1)(2x - 3)(1 - 2x)$ et $T = 3^n(2x + 5)^2 - 3^{n+1}(2x + 5)$ (où $n \in \mathbb{N}$) ($T_M = 7 \text{ min}$).

Remarque. Les identités remarquables permettent de simplifier des quantités avec racines.



Test 10. Développer puis simplifier $P = (3 + 2\sqrt{5})^2$ ($T_M = 4 \text{ min}$).

2) Étude de signe

Pour a, b, c trois réels avec a non nul.

Signe d'une fonction affine

Soit $f(x) = ax + b$ et x_0 la solution de $f(x) = 0$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	$-\text{signe de } a$	0	$\text{signe de } a$

Signe d'un polynôme du second degré

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$. Son **discriminant** est le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Si $\Delta > 0$, P s'annule en deux valeurs distinctes:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Alors $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ et:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$P(x)$	$\text{signe}(a)$	0	$-\text{signe}(a)$	0

- Si $\Delta = 0$, P s'annule uniquement en $x_0 = \frac{-b}{2a}$, $P(x) = a(x - x_0)^2$ et:

$P(x)$ est du signe de a pour tout $x \neq x_0$.

- Si $\Delta < 0$, P ne s'annule pas et $P(x)$ est du signe de a .

Remarque. Les valeurs annulant un polynôme sont les **racines** du polynôme.

Quelques règles

- Produit nul:**

Un produit est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.

- Règle des signes:**

	+	-
+	+	-
-	-	+



Méthodo. Étude de signe

En général, il vaut mieux **factoriser** (ou mettre au même dénominateur) que développer pour étudier le signe d'une fonction. On conclut ensuite avec la règle des signes.



Test 11. Étudier le signe pour tout réel x de $f(x) = x^3 - x^2$.

3) Résolution d'(in)équations



Méthodo. Quelques conseils pour les résolutions d'(in)équations

- Si possible, isoler l'inconnue. Pour des équations faisant intervenir des fractions, penser au produit en croix pour enlever les dénominateurs.



Multiplier par un nombre négatif change le sens d'une inégalité, donc cette méthode ne marche en général pas pour les résolutions d'inéquations.

- Chercher à se ramener à une étude de signe (un des membres de l'(in)équation égal à 0) dans les cas plus compliqués.
- Une fraction est nulle si et seulement si son **numérateur** est nul. Le dénominateur ne joue alors un rôle que pour savoir **si la fraction est bien définie** (problème de division par zéro!).



Dans le cas d'étude de signe d'une fraction, le dénominateur a la même importance que le numérateur (règle des signes).

Présentation des calculs et du résultat

- Un seul symbole $=$, $\leq$ ou $<$ dans chaque (in)équation (pas de succession d'égalités comme dans un calcul).
- Lors d'une résolution, les (in)équations sont séparés par des **si et seulement si** ($\Leftrightarrow$). Même règle de présentation que pour les $=$ dans les calculs.
- Pour conclure: les solutions sont ... (uniquement pour les équations) ou l'ensemble des solutions est ...

Exemple 8 : On veut résoudre l'inéquation $\frac{x+5}{2x-4} \geq 1$. Le dénominateur s'annule uniquement en 2. Il s'agit donc d'une valeur interdite. Puis pour $x \neq 2$,

$$\frac{x+5}{2x-4} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{x+5}{2x-4} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+5}{2x-4} - \frac{2x-4}{2x-4} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+5-(2x-4)}{4x-8} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x+9}{2x-4} \geq 0$$

Reste à résoudre l'inéquation avec un tableau de signe en utilisant les signes de fonctions affines. Vérifier que l'ensemble des solutions est $]2; 9]$ (la valeur 2, interdite, est **exclue**).

Remarque. On ne peut pas ici isoler l'inconnue en multipliant des deux côtés de l'inégalité par $2x-4$ car le signe de ce terme dépend de x (pour l'équation correspondante, en revanche aucun problème, on obtient $x-5 = 2x-4$ et on isole facilement l'inconnue). **Il est en général plus difficile de résoudre des inéquations que des équations.**



Ne pas confondre les symboles $=$ (qui séparent deux nombres ou expressions littérales) et $\Leftrightarrow$ qui séparent deux égalités ou inégalités.



Test 12.

- Résoudre les équations suivantes: $(T_M = 40 \text{ min})$
 - $2x - 3 = -x + 6$
 - $0, 2x + 3 = x$
 - $-x^2 + 5x + 6 = 0$
 - $(x+5)(2x-3)(4x+2) = 0$
 - $(2x-1)(x^2+x+2) = 0$
 - $(x^2-4x-1)^2 = (x^2+4x-1)^2$
 - $(x+4)^2 - (3x+1)^2 = 0$
 - $\frac{3}{x-4} = \frac{2}{x+1}$
 - $\frac{2x+1}{x-3} = 2$
- Résoudre les inéquations obtenues en remplaçant $=$ par $\geq$ dans 1. $(T_M = 50 \text{ min})$

4) Dérivation

Les calculs de dérivées font la différence entre les candidats aux concours. Il y en a systématiquement et ce sont des points assez facilement pris.

- Dérivées des fonctions usuelles :
- Opérations sur les dérivées :

$f(x)$	$f'(x)$
k (nombre réel)	0
x	1
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
x^n (n entier)	nx^{n-1}
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x

Fonction f	Fonction dérivée f'
$u + v$	$u' + v'$
uv	$u'v + uv'$
ku (k nombre réel)	ku'
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$\frac{1}{v}$	$-\frac{v'}{v^2}$
u^n (n entier)	$nu'u^{n-1}$
e^u	$u'e^u$



Méthodo. pour le calcul des dérivées

- Bien repérer **comment est construite la fonction à dériver** : a-t-on affaire à un produit, un quotient, etc... ? Il y a parfois plusieurs opérations imbriquées.
- Toujours **chercher à utiliser les formules les plus simples** si plusieurs sont possibles (penser notamment à celle du produit par une constante).

Exemples :

- Pour dériver $f : x \mapsto 2x$, utiliser le cas particulier du produit par une constante (troisième ligne du second tableau) plutôt que la formule générale du produit (deuxième ligne). Il est en effet plus simple de calculer $2 \times 1 = 2$ que $2 \times 1 + 0 \times x = 2$.
- De même, pour $x \mapsto \frac{x}{4}$, ne pas utiliser la formule générale du quotient (quatrième ligne, second tableau) mais à nouveau celle du produit par une constante ($\frac{x}{4} = \frac{1}{4}x$).



Test 13. Dériver le plus simplement possible:

$(T_M = 20 \text{ min})$

- $f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + x$
- $g : x \mapsto \frac{x+1}{3}$
- $h : x \mapsto (2x+3)e^x$
- $i : x \mapsto e^{-x^3}$
- $j : x \mapsto x \ln(x)$
- $k : x \mapsto (\ln(x))^{51}$

Test	Questions réussies	Temps mis	Commentaires
1			
2,1.			
2,2.			
3,1.			
3,2.			
4			
5,1.			
5,2.			
6			
7,1.			

Test	questions réussies	Temps mis	Commentaires
7,2.			
8,1.			
8,2.			
9,1.			
9,2.			
10			
11.			
12,1.			
12,2.			
13			